

Linéarisation de structures algébriques

Manfred HARTL (Université de Valenciennes)

Résumé: Depuis longtemps, les algèbres de Lie servent de "linéarisation" des groupes, de plusieurs façons différentes, et fournissent ainsi des outils clé en théorie des groupes. Donc la question se pose de savoir si les liens divers entre groupes et algèbres de Lie peuvent être généralisés à d'autres structures algébriques non-linéaires. En effet, ce but a été atteint dans la littérature pour maintes autres sous-variétés de la variété des loops, càd. des quasi-groupes avec unité, sorte de généralisation non associative des groupes : une linéarisation appropriée des loops de Moufang est donnée par les algèbres de Mal'cev, des loops de Bruck par les Lie triple systems, des loops de Bol par les algèbres de Bol, et enfin des loops quelconques par les algèbres de Sabinin ; ce dernier résultat, ainsi qu'une complétion et unification de la théorie existante, furent

récemment établis par Mostovoy, Pérez-Izquierdo et Shestakov.

Dans l'exposé une nouvelle approche de cette question sera présentée, dans un cadre plus vaste que celui des loops ; elle part de notions catégoriques nouvelles de commutateur et de suite centrale descendante, déduites en fait de la notion d'effets croisés d'un foncteur, notamment du foncteur identique. Un calculus de foncteurs algébrique conduit ainsi à la construction d'une linéarisation appropriée pour toute catégorie semi-abélienne ; les différents types d'algèbres mentionnés ci-dessus s'y trouvent alors généralisés par des algèbres sur certaines opérades linéaires, de foncteurs ou de groupes abéliens (dans le cas des structures algébriques au sens des variétés d'algèbres universelles). La vérification du fait que notre approche reproduit effectivement les linéarisations connues de tous les types mentionnés de loops, passe par l'étude du type de bigèbres associé à une structure algébrique non-linéaire (généralisant les algèbres de groupe voire de loop). Cependant, pour une structure algébrique appropriée donnée, le calcul explicite de l'opérade en question, ainsi que son interprétation (encore conjecturale) comme structure naturelle de l'espace des éléments primitifs dedites bigèbres, restent des

défis majeurs, même dans certains exemples intéressants comme celui des modules croisés de groupes.