SURFACES BICONSERVATRICES

PAOLA PIU

Une hypersurface M d'une variété riemannienne (N, g) est dite *bi-conservatrice* si

$$2A(\operatorname{grad} f) + f \operatorname{grad} f = 2f \operatorname{Ricci}^N(\eta)^\top \,, \tag{1}$$

où A est l'opérateur de forme, $f = \operatorname{trace} A$ la courbure moyenne et $\operatorname{Ricci}^N(\eta)^\top$ est la composante tangentielle de la courbure de Ricci de N dans la direction de la normale unitaire η de M dans N.
Le nom bi-conservateur, comme nous allons le décrire, vient du fait que la condition (1) est équivalente à la conservation du tenseur S_2 *stress-energy*, on a $\operatorname{div} S_2 = 0$ si et seulement si l'hypersurface est bi-conservatrice.
De plus, la classe de sous-variétés bi-conservatrices comprend les sous-variétés biharmoniques, qui ont été de grand intérêt dans la dernière décennie. Les sous-variétés biharmoniques sont caractérisés par la disparition du champ de bitension et représentent une généralisation des des sous-variétés harmoniques (minime). En fait, une sous-variété est bi-conservatrice si la partie tangente du champ bitension s'annule.
Il est intéressant de souligner que, pensant à la fonctionnelle d'énergie au lieu du fonctionnelle biénergie, la notion de sous-variétés *conservatrices* est dénuée de sens que le champ de tension est toujours normale.
Nous considérons surfaces bi-conservatrices dans $N^3(c)$ espace 3 dimensionnels de courbure sectionnelle constante c. Dans ce cas, (1) devient

$$2A(\operatorname{grad} f) + f \operatorname{grad} f = 0 \,. \tag{2}$$

De (2) nous voyons que les surfaces CMC (f = constant) dans les espace 3- dimensionnels de courbure sectionnelle constante sont bi-conservatrice. Ainsi, notre intérêt sera le NON CMC bi-conservatrices surfaces.

Università degli Studi di Cagliari, Dipartimento di Matematica e Informatica, Via Ospedale 72, 09124 Cagliari, ITALIA
E-mail address: piu@unica.it