

Algèbres post-Lie et connexions affines

Dominique Manchon

A. Cayley a établi dès 1857 une correspondance entre les champs de vecteurs sur \mathbb{R}^n et les arbres enracinés, qui s'énonce aujourd'hui dans le cadre pré-Lie : les champs de vecteurs sur une variété munie d'une connexion plate et sans torsion forment une algèbre pré-Lie, et l'algèbre pré-Lie libre à un générateur est décrite par les arbres enracinés (F. Chapoton et M. Livernet, 2001). Les champs de vecteurs sur un espace homogène, muni de sa connexion plate à torsion constante, forment quant à eux une algèbre post-Lie. Cette dernière notion a été introduite par B. Vallette en 2007. Après avoir introduit ces structures algébriques, j'expliquerai dans cet exposé comment les algèbres post-Lie apparaissent aussi dans l'étude des champs de vecteurs sur une variété munie d'une connexion quelconque, présentant de la courbure et de la torsion. En conclusion, j'introduirai la double-exponentielle d'A. V. Gavrilov et je montrerai comment l'exprimer dans ce cadre post-Lie.

Exposé basé sur un travail en cours avec Mahdi J. H. Al-Kaabi, Kurusch Ebrahimi-Fard et Hans Z. Munthe-Kaas.

English version :

Post-Lie algebras and affine connections

Following the pioneering work by A. Cayley on vector fields and rooted trees in 1857, it has been well-known for several decades that the Lie algebra of vector fields on an affine space is a pre-Lie algebra, due to the presence of a flat torsion-free affine connection. More recently, vector fields on a homogeneous space appeared to form a post-Lie algebra, due to the presence of a natural flat connection with constant torsion. The notion of post-Lie algebra appeared, together with the name, for the first time in 2007 the work of B. Vallette. I will explain in this talk how post-Lie algebras also appear in the study of vector fields on any smooth manifold endowed with an affine connection, possibly with nonvanishing curvature and torsion. Based on joint work with Mahdi J. H. Al-Kaabi, Kurusch Ebrahimi-Fard and Hans Z. Munthe-Kaas.