

# THÉORÈME DE BOUR ET SURFACES HÉLICOÏDALES À COURBURE MOYENNE CONSTANTE DANS LES ESPACES DE BIANCHI-CARTAN-VRANCEANU

PAOLA PIU

Les surfaces hélicoïdales dans l'espace tridimensionnel euclidien  $\mathbb{R}^3$  sont invariantes par l'action du groupe des mouvements hélicoïdaux et sont une généralisation des surfaces de révolution. Les surfaces de révolution à courbure de Gauss constante semblent avoir été connues de Ferdinand Minding (1839), tandis que celles à courbure moyenne constante ont été classées par Charles-Eugène Delaunay(1841). Les surfaces minimales hélicoïdales ont été étudiées par Heinrich Scherk en 1835, mais est assez récente la classification des surfaces hélicoïdales de  $\mathbb{R}^3$  à courbure moyenne constante non nulle, donnée par Manfredo P. do Carmo et Marcos Dajczer en 1982. Le point de départ des travaux de do Carmo et Dajczer est un résultat de Edmond Bour sur les surfaces hélicoïdales en  $\mathbb{R}^3$ , pour lequel il a reçu le prix de mathématiques décerné par l'Académie des Sciences de Paris en 1861<sup>1</sup>. Bour a prouvé qu'il existe une famille à 2 paramètres de surfaces hélicoïdales isométriques à une surface hélicoïdale donnée en  $\mathbb{R}^3$ .

Ici je vais parler de la généralisation d'un résultat classique de Bour concernant les surfaces hélicoïdales dans l'espace euclidien tridimensionnel au cas des surfaces hélicoïdales dans les espaces de Bianchi-Cartan-Vranceanu (BCV), c'est-à-dire dans les 3-variétés riemanniennes dont les métriques ont des groupes d'isométries de dimension 4 ou 6, sauf l'hyperbolique. En particulier, on trouve que dans un espace BCV il existe une famille à deux paramètres de surfaces hélicoïdales isométriques à une surface hélicoïdale donnée. En utilisant cette représentation à deux paramètres, on peut caractériser les surfaces hélicoïdales à courbure moyenne constante, y compris celles minimales.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI, DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA, VIA OSPEDALE 72, 09124 CAGLIARI, ITALIA  
*E-mail address:* piu@unica.it

---

<sup>1</sup>Le problème qui porte parfois le nom de Bour a été proposé en 1861 par l'Académie des Sciences et consiste à déterminer toutes les surfaces isométriques à une surface donnée  $(M, ds^2)$ . E. Bour a démontré que chaque surface hélicoïdale est applicable à une surface de révolution, et que les hélices de la première surface correspondent aux parallèles de la seconde.