

Maxime Breden, Technical University of Munich

Méthodes de preuves assistées par ordinateur pour les systèmes dynamiques.

Pour comprendre le comportement global d'un système non linéaire, la première étape consiste à étudier ses ensembles invariants. En effet, des solutions spécifiques comme les états stationnaires, les orbites périodiques et les connexions entre ces solutions forment les blocs de base qui organisent la dynamique globale. Bien qu'il existe de nombreuses théories mathématiques pour étudier l'existence de telles solutions, il est souvent difficile des les appliquer pour un exemple spécifique. Qui plus est, lorsqu'on se concentre sur une application précise, les propriétés qualitatives de telles solutions sont souvent aussi intéressantes que la simple preuve de leur existence. Dans ce cas, on a fréquemment recours à des méthodes de simulations numériques, qui sont parfaitement adaptées à l'étude d'un système explicite et peuvent permettre de mieux comprendre le comportement des solutions, pour un problème où les termes non linéaires empêchent l'usage de techniques purement analytiques.

Cependant, on peut aller encore plus loin! En utilisant les résultats de simulations numériques comme point de départ, et en les combinant avec des estimations a posteriori, on peut parfois démontrer l'existence d'une *vraie solution*, dans un voisinage de la solution *solution numérique* calculée précédemment. Dans la première partie de mon exposé, j'expliquerai dans quel cadre de telles preuves assistées par ordinateur peuvent être obtenues, puis je présenterai dans une seconde partie des exemples de problèmes pour lesquels ces techniques peuvent s'avérer utiles, à savoir : l'étude d'états stationnaires non-homogènes pour un système de diffusion croisée issu de la dynamique des populations, et l'étude de solutions périodiques pour les équations de Navier-Stokes avec un terme de force.