Dimension de Hausdorff des ensembles des vecteurs singuliers pondérés dans $\mathbb{R}^2$

Résumé : Soit $w=(w_1, w_2)$ un couple de nombres réels positifs tels que $w_1+ w_2 = 1$ et $w_1 \geq w_2$. Un vecteur $x=(x_1, x_2)\in\mathbb{R}^2$ est dit w-singulier si pour chaque $\epsilon>0$, il existe un réel $T_0>1$ tel que pour tout $T>T_0$, il existe des nombres entiers p_1, p_2, q, satisfaisant $0<q<T$, $|qx_1 - p_1|<\epsilon^{w_1 } T^{-w_1}$, et $|qx_2 - p_2|<\epsilon^{w_2} T^{-w_2}$. Nous montrons que l'ensemble de vecteurs w-singuliers a la dimension de Hausdorff $2-\frac{1}{1+w_1}$. Les dimensions Hausdorff des ensembles des vecteurs singuliers non pondérées dans l’espace de dimension deux et de dimensions supérieures ont été trouvé précédemment par Cheung et Cheung--Chevallier. Il s’agit d’un travail en collaboration avec Ronggang Shi, Omri N. Solan et Nattalie Tamam.