

Cycles canard transitoires

Robert Roussarie

Institut de Mathématique de Bourgogne, U.M.R. 5584 du C.N.R.S.
Université de Bourgogne, avenue Alain Savary 9, B.P. 47870
21078-Dijon (France).
email : roussari@u-bourgogne.fr

Résumé

Les cycles canard transitoires apparaissent à la frontière des couches de cycles canard ordinaires. Peter De Maesschalck, Freddy Dumortier (de l'Université de Hasselt) et moi-même avons commencé l'étude de ces cycles canard. Nous n'avons considéré que les deux cas les plus simples dit de type lent-rapide et de type rapide-rapide. Le cycle canard passe par un point de contact transitoire, d'une courbe lente à une orbite rapide dans le premier cas et d'une orbite rapide à une autre orbite rapide dans le second cas.

Il est connu que l'intégrale de divergence lente, fonction de la variable de couche qui est C^∞ dans l'intérieur de son domaine, contrôle les bifurcations des cycles canard ordinaires. Mais cette fonction n'est plus différentiable aux valeurs limites de la variable de couche, valeurs correspondant précisément aux cycles canard transitoires. Il n'est plus possible par exemple de déduire facilement la cyclicité du cycle canard (c'est-à-dire la borne supérieure du nombre de cycles limites bifurquant), par un argument simple, comme dans le cas d'un cycle canard ordinaire.

L'idée est de faire un éclatement du système au point de contact transitoire. Le cycle canard transitoire est alors remplacé par une famille à un paramètre de cycles canard secondaires. On étudie la fonction différence, dont les zéros sont en correspondance avec les cycles limites bifurquant. Cette fonction est définie sur une section transverse au lieu critique de l'éclatement. On doit faire son étude dans différentes cartes de l'éclatement, avec des difficultés plus ou moins sérieuses en fonction de la carte.

Dans le cas lent-rapide on trouve que la cyclicité est toujours inférieure à 3. Dans le cas rapide-rapide, on peut définir une notion de codimension pour l'intégrale de divergence lente, à la valeur de transition. On trouve

par exemple que si un cycle canard rapide-rapide est de codimension $k \geq 2$, alors sa cyclicité est inférieure à $k + 4$. Les détails des preuves doivent être publiés dans une monographie en préparation, monographie qui sera intitulée : *Canard cycles, from birth to transition*.