Dynamique de systèmes non réguliers

Alain Léger CNRS, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, 31, chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille Cedex 20, France. leger@lma.cnrs-mrs.fr

La prise en compte de conditions de contact et de frottement en mécanique des milieux continus conduit à des problèmes ouverts reconnus très difficiles. Pour autant que des modèles simples soient bien choisis, ils ont l'intérêt de permettre l'exploration de comportements ou de réponses à des sollicitations dans des cas inaccessibles pour des milieux continus. Cet exposé présentera des aspects essentiels de la dynamique en présence de contact et de frottement dans le cas d'un modèle discret très simple : un système masse-ressort en mouvement au dessus d'un obstacle. On montrera tout d'abord que les chocs, le contact et le frottement imposent que les équations du mouvement soient comprises au sens des mesures, et que cela modifie tous les résultats classiques en théorie des équations différentielles ordinaires.

On se concentrera ensuite sur l'exploration des réponses à une sollicitation périodique, où l'on verra que le plan période-amplitude, classique dans les travaux d'analyse qualitative de systèmes dynamiques, comprend une zone où existent une infinité d'états d'équilibre et où toutes les trajectoires conduisent à l'équilibre en temps fini, et une zone où n'existent plus d'équilibres mais où le nombre de solutions périodiques dépend de l'excitation. On portera une attention particulière à la transition entre ces zones, et à la frontière d'une autre zone dans laquelle toutes les conditions initiales conduisent à des trajectoires qui décollent de l'obstacle et font intervenir des chocs.

On conclura par une généralisation au cas où les déformations du système peuvent être quelconques, donc non linéarisées, ce qui ouvrira la voie à l'étude du couplage entre des non linéarités régulières (la fonction qui décrit les changements de géométrie) et des non linéarités non régulières (les graphes du contact et du frottement).