SIMPLIFICATION UNIFORME AU VOISINAGE DE POINT TOURNANT

Une version analytique d'un théorème de Hanson

On considère des systèmes de la forme

$$\varepsilon y' = A(x, \varepsilon) y, \tag{0.1}$$

où x est une variable complexe, ε un petit paramètre complexe et A est une matrice $n \times n$ de fonctions holomorphes sur $D(0, r_0) \times D(0, \varepsilon_0)$. On cherche à comprendre le comportement des solutions $y = y(x, \varepsilon)$ de (0.1) lorsque $S \ni \varepsilon \to 0$, où S est un secteur de sommet 0.

Dans [1], A. Fruchard et R. Schäfke ont introduit et étudié des développements asymptotiques combinés (DAC) Gevrey particulièrement bien adaptés à la description de telles solutions.

Je commencerai par rappeler quelques points essentiels de la théorie des DAC Gevrey et je montrerai comment elle permet d'obtenir une version analytique d'un résultat formel dû à Hanson [2] lorsque

$$A(x, 0) = \begin{pmatrix} 0 & x^k \\ x^{k+l} & 0 \end{pmatrix},$$

avec $k \in \mathbb{N}$ et $l \in \mathbb{N}^\star$.

References

[1] A. Fruchard, R. Schäfke, Composite Asymptotic Expansions, Lectures Notes in Mathematics, Springer, 2066 (2013).

[2] R-J. Hanson, Simplification of second order systems of ordinary differential equations with a turning point, SIAM J. Appl. Math. 16 (1968), 1059–1080.