

Courbure totale des variétés algébriques réelles

Jean-Jacques Risler

1 Résumé

Soit $X \subset \mathbf{C}^{n+1}$ une hypersurface algébrique (resp. la fibre de Milnor d'un germe d'hypersurface singulière en O) qui soit *réelle* (invariante par la conjugaison complexe), $X_{\mathbf{R}}$ sa partie réelle. Les inégalités suivantes (dites de Thom-Smith) entre les sommes de nombres de Betti (mod 2) de $X_{\mathbf{R}}$ et X sont fondamentales :

$$\sum_{i \geq 0} h_i(X_{\mathbf{R}}) \leq \sum_{i \geq 0} h_i(X)$$

. Aprs avoir donné deux exemples (en particulier les "Inégalités de Harnack" pour les courbes planes) et formulé le 16-ième problème de Hilbert (première partie), j'expliquerai dans plusieurs cas (Courbes et variétés affines, germes de singularités de courbes, Amibes...), une inégalité similaire où la somme des nombres de Betti est remplacée par la courbure totale et donnerai des exemples et des indications sur l'optimalité ("sharpness") de ces inégalités.