Dynamique des feuilletages par Surfaces de Riemann

Nessim Sibony

Résumé. Considérons l' équation differentielle dans $\mathbb{C}^2$

$$\frac{dz}{dt} = P(z,w), \qquad \frac{dw}{dt} = Q(z,w).$$

Les polynômes P et Q sont holomorphes, le temps est complexe. Pour étudier le comportement global des solutions, il convient de considérer le prolongement à l'espace projectif P^2. On a en particulier des points singuliers.

Quand la droite à l'infini est invariante, Il'yashenko a montré que génériquement les feuilles sont denses. Mais pour un champ polynômial générique, comme Jouanolou l'a montré, il n'y a pas de courbe algébrique invariante. De plus les feuilletages génériques n'ont pas de mesure transverse invariante. On ne sait donc trop où commencer l'analyse. Des questions fondamentales sont encore ouvertes : on ne sait pas si dans P^2 toute feuille est adhérente à une singularité.

Nous introduirons, les outils pour faire la Théorie ergodique des feuilletages, eventuellement singuliers, par Surfaces de Riemann. On obtient ainsi des résultats d'unique ergodicité pour les feuilletages de P^2 à singularités hyperboliques, ou un analogue du théorème de Birkhoff pour les feuilletages singuliers par surfaces de Riemann d'une variété complexe compacte de dimension quelconque.

L'exposé est basé sur des résultats récents obtenus avc J.E Fornaess, T.C. Dinh et V.A. Nguyen.